Bayreuther Mathematische Schriften **49** (1995), 213

# Es gibt 7-Designs mit kleinen Parametern!

A. Betten, A. Kerber, R. Laue, A. Wassermann
Mathematisches Institut, Univ. Bayreuth
D-95440 Bayreuth

Die ersten 7-Designs zu überschaubaren Parametern haben $P\Gamma L(2,32)$ als Gruppe von Automorphismen. Ihre Parameter sind 7-(33,8,10) und 7-(33,8,16), und sie sind zueinander komplementär. Die $\{0,1\}$-Lösungsvektoren des Gleichungssystems der Kramer / Mesner–Matrix aus [3] zu konstanter rechter Seite $\lambda = 10$ bzw. 16 sind:

0011100010100100110001101000010010000000101101100010111100000001001001010000110111011001010111000

1100011101011011001110010111101101111111010010011101000011111110110110101111001000100110101000111

Jeder Eintrag 1 in einem dieser Vektoren entspricht einer der Bahnen von $P\Gamma L(2,32)$ auf der Menge aller 8-Teilmengen aus 33 Punkten, die das 7-Design ausmachen. Anhand dieser Informationen kann nach [3] das vollständige Design konstruiert werden. Die Berechnung der $32 \times 97$ Matrix erfolgte nach [4]. Die Lösung konnte durch eine verbesserte Version des LLL–Algorithmus zum Auffinden kurzer Vektoren in Gittern ermittelt werden (siehe [2], [5]).

## Literatur

[1] E. S. Kramer, D. M. Mesner: t-designs on hypergraphs. *Discrete Math.* **15** (1976), 263–296.

[2] A. K. Lenstra, H. W. Lenstra Jr., L. Lovász: Factoring Polynomials with Rational Coefficients, *Math. Ann.* **261** (1982), 515–534.

[3] S. Magliveras, D. W. Leavitt: Simple $6-(33,8,36)$ designs from $P\Gamma L_2(32)$. *Computational Group Theory*, M.D. Atkinson ed., Academic Press 1984, 337–352.

[4] B. Schmalz: t-Designs zu vorgegebener Automorphismengruppe. *Bayreuther Mathematische Schriften* **41** (1992), 1–164.

[5] C.P. Schnorr, M. Euchner: Lattice Basis Reduction: Improved Practical Algorithms and Solving Subset Sum Problems. *Fundamentals of Computation Theory*, FCT '91, September 1991, Berlin, Germany.